流体工学I

No.04

浮力と浮揚体

流体運動の基礎理論

2.8 浮力と浮揚体

2.8.1 アルキメデスの原理

静止した流体の中にある物体は，それが排除した流体の重量に等しい大きさの，直上向きの力を受ける．これを**アルキメデス** (Archimedes) **の原理**といい，この上きの力は**浮力** (buoyancy) とよばれ排除した流体の重心，すなわち**浮力の中心** (cen of buoyancy) に作用する．したがって，物体の体積を V，流体の密度を ρ とすれば，浮力 F は，

$$F = \rho g V \quad \text{(例題 2.22 参照)} \qquad (2.18)$$

で与えられる．

$dF_1 = \rho g z_1 \times dA_1$

$dF_2 = \rho g z_2 \times dA_2$

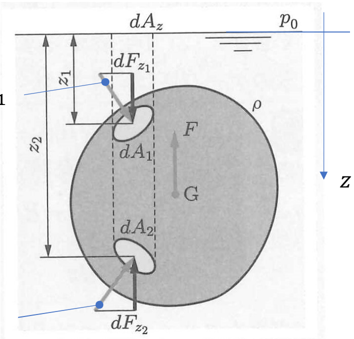


図 2.22 流体中の物体に作用する力

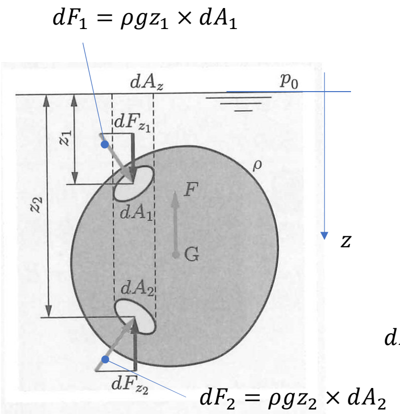
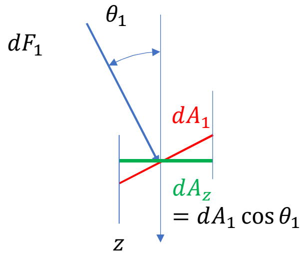
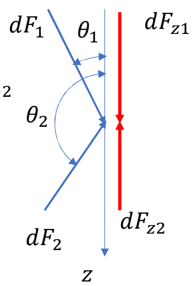


図 2.22 流体中の物体に作用する力





$$
\begin{aligned}
dF_{z1} &= \cos\theta_1\, dF_1 \\
&= \cos\theta_1 \times \rho g z_1 \times dA_1 \\
&= \rho g z_1 \times \cos\theta_1\, dA_1 \\
&= \rho g z_1 dA_z
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
dF_{z2} &= \rho g z_2 \times dA_2 \\
&= \rho g z_2 dA_z
\end{aligned}
$$

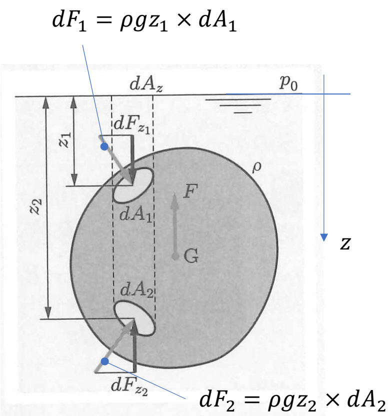


図 2.22 流体中の物体に作用する力

$$
\begin{aligned}
dF &= dF_{z2} - dF_{z1} \\
&= \rho g z_2 dA_z - \rho g z_1 dA_z \\
&= \rho g (z_2 - z_1) dA_z \\
&= \rho g dV
\end{aligned}
$$

$$F = \int dF = \int \rho g dV$$

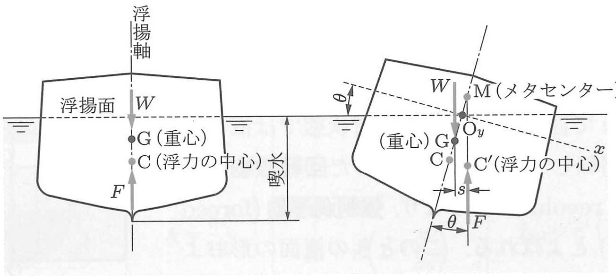
$$= \rho g \int dV$$

$$= \rho g V$$

2.8.2　浮揚体

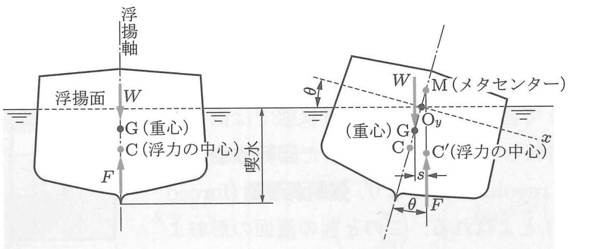
図 2.11 (a) のように，液面に浮いて静止している物体の浮力 F は，その重さ W に等しく，$F=W$ で，F と W は同一鉛直線上にある．この場合，G と C を通る鉛直線を浮揚軸，浮揚体が液面で切られる仮想の切断面を浮揚面，浮揚面の重心を浮面心，浮揚面から物体の最下底までの深さを**喫水** (draft)，物体が排除した水の重量を排水量という．

物体は，ほかに力が作用しないとすれば，$W>F$ で沈下し，$W<F$ で上昇する．W と F とが同一線上にないときは回転する．



（a）静止状態　　（b）傾斜状態

図 2.11　浮揚体



2.8.3　浮揚体の安定

浮揚体が，つりあい状態から図 2.11 (b) のように，角度 θ だけ傾斜すると，浮力の作用点は C から C′ に移り偶力 $T=Fs$ が生じる．ここで，s は重心 G を通る鉛直線と浮力の中心 C′ を通る鉛直線との間の距離である．新しい浮力の作用線が浮揚軸と交わる点 M を**メタセンター** (metacenter)，G と M の距離 $\overline{\mathrm{GM}}$ をメタセンターの高さという．偶力 T は，反時計方向を正とすればモーメントのつりあいから，

$$T=Fs=W\cdot\overline{\mathrm{GM}}\sin\theta \tag{2.19}$$

で与えられる．M が G より上方にあれば，復元偶力を生じ物体は**安定** (stable) であるが，M が G より下方にあれば，増変偶力となり**不安定** (unstable) となる．M と G が一致するときは，**中立** (neutral) である．メタセンターの高さ $\overline{\mathrm{GM}}$ は，θ が比較的

小さい場合は，

$$\overline{\mathrm{GM}}=\frac{I_y}{V}-\overline{\mathrm{GC}}\quad(\text{例題 2.24 参照})\qquad (2.2$$

で与えられる．ここで，I_y は浮揚面の浮面心を通って紙面に垂直な Oy 軸のまわ
断面二次モーメント，V は物体が排除した液体の体積である．物体は，$\overline{\mathrm{GM}}>0$
ば安定，$\overline{\mathrm{GM}}=0$ ならば中立，$\overline{\mathrm{GM}}<0$ ならば不安定である．

第１章　流体の物理的性質（2）

1.5　完全気体の性質

p:圧力　ρ:密度　R:気体定数　T:絶対温度

$$\frac{p}{\rho} = RT$$

完全気体の熱力学的プロセスはポリトロープ変化で表される。

$$\frac{p}{\rho^n} = const.$$

等温変化は　n = 1 、断熱変化は　 n = γ
比熱比 γ は定圧比熱 Cp と定容比熱 Cv の比 (Cp/Cv) であり、
空気は 1.4 と考えてよい。

1.6　圧縮率と体積弾性係数

流体の圧縮率 κ は圧力 Δp に対する体積収縮の割合 $-\Delta V/V$ の比で表す。
比容積 v は体積 V と質量 m の比 V/m なので、

$$\kappa = \frac{-\Delta V/V}{\Delta p} = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp} = -\frac{1}{v}\frac{dv}{dp}$$

流体の体積弾性係数　K は κ の逆数で弾性体の体積弾性係数に対応する。

$$K = \frac{1}{\kappa} = -v\frac{dp}{dv}$$

密度 ρ は比容積 v の逆数なので、

$$v = \frac{1}{\rho}$$

したがって、

$$\kappa = -\frac{1}{v}\frac{dv}{dp} = -\frac{1}{v}\frac{dv}{d\rho}\frac{d\rho}{dp} = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dp}$$

$$\frac{dv}{d\rho} = -\rho^{-2}$$

1.7　粘度と動粘度

　粘性とはせん断、あるいは角変形に対する流体の抵抗である。
流体のせん断応力は τ は単位接触面積あたりの摩擦力 F/A で、ニュートンの粘性法則によれば速度勾配 du/dy に比例する。

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy}$$

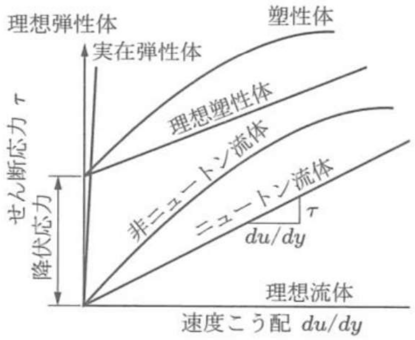


図 1.2　流動曲線

動粘度 ν (ニュー)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

課題　　演習問題 1.12

1.8　表面張力

　液体の表面張力 σ は液体表面の単位長さの層を平衡状態に保つのに必要な張力である。
　三次元の曲面をなす液面内外の圧力差 は、圧力による力と表面力との釣り合いから、

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

で表せる。r_1、 r_2 は液面の主曲率半径である。

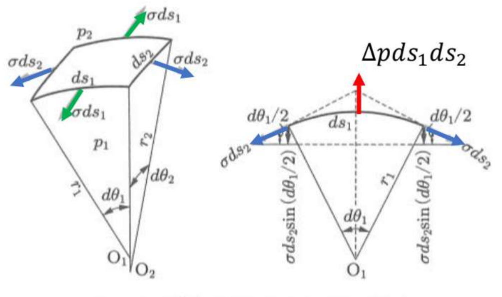


図 1.5　微小曲面にはたらく表面張力

$$\Delta p ds_1 ds_2$$
$$= 2\sigma ds_2 \sin\frac{d\theta_1}{2} + 2\sigma ds_1 \sin\frac{d\theta_2}{2}$$
$$ds_1 = r_1 d\theta_1$$
$$ds_2 = r_2 d\theta_2$$

課題　　例題1.14 を解く。

第3章◆流体運動の基礎理論

流体が運動している場合には，圧力による力と重力による力のほかに，慣性力と粘性力が作用するので，流体の流れは複雑で，必ずしも厳密な数学的解析に従わない．しかしながら，理想流体を仮想すると，流体の流れの理論的取扱いが容易となる．

したがって，この章では，まず流れ学上の用語を学び，それから連続の式，オイラーの運動方程式，ベルヌーイの式および渦運動などを理想流体について考える．

3.1 ◆流れの運動状態

流体の流れは，運動状態によってつぎのように分けられる．

3.1.1　層流と乱流

図3.1のように，水が流れているガラス管の流入口から，色素溶液を細い注射針で静かに流すと，流速が小さいときは (a) のように管軸に平行で明瞭な線となって整然と流れるが，流速が大きくなると (b) のように波打ってきて不規則な流れとなる†．前者は**層流** (laminar flow) といい，後者は**乱流** (turbulent flow) という．

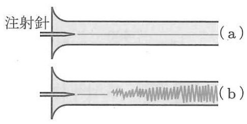
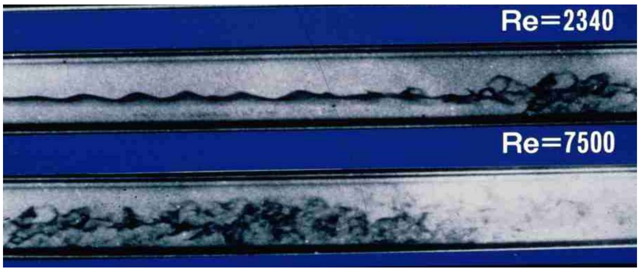


図 3.1　ガラス管内の色素溶液の流動状態



$$\mathrm{Re} = \frac{UD}{\nu} = \frac{\rho UD}{\mu}$$

レイノルズ数

U:円管の断面平均速度 (m/s)

D:円管の直径 (m)

ν:流体の動粘度 (m^2/s)

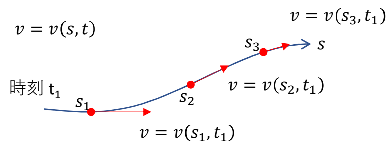
3.1.2　定常流と非定常流

流体中の任意の点における圧力，速度および密度などの流れの運動状態量が，時間的に変化しない流れを**定常流** (steady flow)，時間的に変化する流れを**非定常流** (unsteady flow) という．したがって，定常流における流速 v は時間 t に関する偏微分 $\partial v/\partial t=0$ で，位置 s のみの関数 $v=f(s)$ で表されるが，非定常流における v は $\partial v/\partial t\neq 0$ で，s と t との関数 $v=f(s,t)$ で表されることになる．水力学の対象となる流れの大部分は定常流に属するが，脈動流，水撃現象，波動などは非定常流に属する．

なお，乱流では流体粒子が互いに入り乱れて不規則な運動をしているので，

$$(\text{時間的平均の流れの状態量})=\frac{1}{t}\int(\text{瞬間的流れの状態量})\,dt$$

で表される平均値を用いて区別する．したがって，図 3.2 のように任意の点の**時間的平均速度** (temporal mean velocity) $\bar{u}=(1/t)\int u\,dt$ が，時間に対して変化しない流れは定常流で，時間に対して変化する流れは非定常流となる．



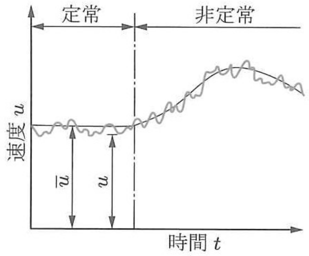


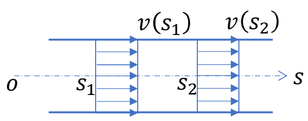
図 3.2　乱流における定常流と非定常流

3.1.3　一様流と非一様流

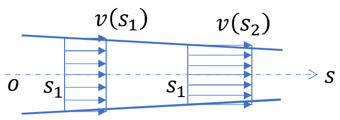
流体中の任意の点における圧力，速度および密度などの流れの運動状態量が，位置によって変化しない流れを**一様流** (uniform flow)，位置によって変化する流れを**非一様流** (non-uniform flow) という†．

したがって，一様流における流速 v は位置 s に関する偏微分 $\partial v/\partial s=0$ であるが，非一様流における v は $\partial v/\partial s\neq 0$ である．

なお，定常流と非定常流および一様流と非一様流は，それぞれ別個に存在することができ，任意の四つの組合せができる．たとえば，直径一定の長い直線円管路を流れる流量一定の液体の流れは“定常な一様流”であるが，円錐管路を流れる流量一定の液体の流れは“定常な非一様流”である．また，上記二つの管路において流量が変化する液体の流れは，それぞれ“非定常な一様流”と“非定常な非一様流”となる．



$$\frac{\partial v}{\partial s}=0$$

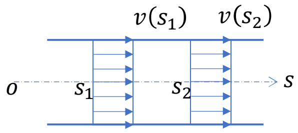


$$\frac{\partial v}{\partial s}\neq 0$$

vはs方向成分の速度

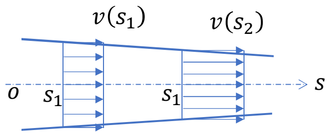
定常

一様流れ



$$\frac{\partial v}{\partial s} = 0$$

非一様流れ

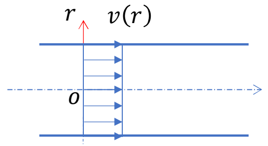


$$\frac{\partial v}{\partial s} \neq 0$$

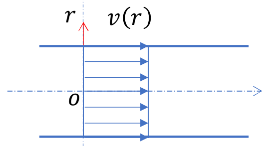
vはs方向成分の速度

断面一様

非定常



時刻 T_1 $\frac{\partial v}{\partial r} = 0$ 断面一様



時刻 T_2 $\frac{\partial v}{\partial r} = 0$ 断面一様

3.1.4 一次元，二次元および三次元流れ

流体中の任意の点における圧力，速度および密度など流れの運動状態量が，時間 t と一つの空間座標 s のみで定まる流れを**一次元流れ** (one dimensional flow)，t と二つの直角座標 x，y で定まり z 方向には変化しない流れを**二次元流れ** (two dimensional flow)，t と三つの直角座標 x，y，z で定まる流れを**三次元流れ** (three dimensional flow) という．

したがって，一次元流れにおける流速 v，二次元流れにおける流速の x，y 方向成分 u，v，三次元流れにおける流速の x，y，z 方向成分 u，v，w は，それぞれ，

$$v = f(s,t)$$
$$u = f_1(x,y,t), \quad v = f_2(x,y,t)$$
$$u = f_1(x,y,z,t), \quad v = f_2(x,y,z,t), \quad w = f_3(x,y,z,t)$$

で表される．

一般に，流体の流れは，流れの運動状態量が時間と三つの直角座標軸の方向に変わる意味で三次元流れであるが，解析を容易にするため，状態量の変化が x，y 方向，あるいは s 方向のみに関係するものとして取り扱うことが多い．

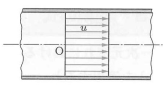
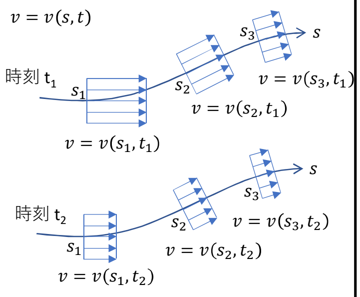
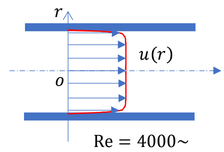


図 3.3 一次元流れの速度分布

たとえば，図 3.3 のように断面積一定の円管路における理想流体の流れは，粘性がないので一次元流れとして取り扱われる．

$v = v(s,t)$





Re = 4000~
時間的平均速度

3.2 流線，流れの道筋および流管

図 3.4 のように運動している流体中にある瞬間一つの線を仮想し，その線上の各点に引いた接線が，それらの点における流速の方向と一致するとき，その線を**流線** (stream line) という．したがって，流線を横切る流れは存在しない (例題 3.1 参照).

三次元流れの場における流線の方程式は，流線の定義から，

$$\frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}=\frac{dz}{w} \tag{3.1}$$

で表される (例題 3.2 参照).

運動している流体中にある一定の流体粒子が，時間とともに実際に通過する軌跡は，**流れの道筋** (path line) という．定常流においては流線と流れの道筋は一致するが，非定常流においては一致しない．

図 3.5 のように，流体内に一つの閉曲線を考え，この閉曲線上の各点を通る流線群で囲まれる仮想の管を**流管** (stream tube)，流管の表面は**流面** (stream surface) という．流面は流線からできているから，流面を横切って流管に出入りする流れは存在しない．

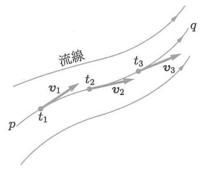


図 3.4　流線と速度ベクトル v

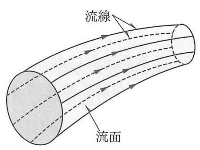
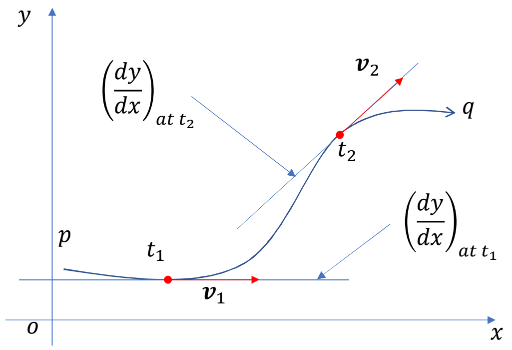


図 3.5　流管

時刻 Tの瞬間



$$\frac{v_y}{v_x}=\frac{dy}{dx}$$

の関係となる曲線qを流線という.

定常であれば流線qは形を変えない.

$$\boldsymbol{v}_1=(v_{1x},v_{1y})$$

$$\boldsymbol{v}_2=(v_{2x},v_{2y})$$

$$\frac{v_{1y}}{v_{1x}}=\left(\frac{dy}{dx}\right)_{at\ t_1} \qquad \frac{v_{2y}}{v_{2x}}=\left(\frac{dy}{dx}\right)_{at\ t_2}$$

課題番号　FE1No04
課題　次回講義はじめに提出

(A)演習問題（p.19,p.76）の以下の問題を解きなさい。
1.12
1.14
1.15
3.2
3.6

(B)マイクロバブル、ナノバブルに関する主な用途について調べなさい。